Marc Perriere Labo Maths Gap

Quelques réflexions moyenne(s), autour du niveau lycée...

Bonne Année ! (adaptable à tous niveaux)
Vous avez probablement vu que 2024 est un nombre tétraédrique ; on peut faire une pyramide tétraédrique de boules avec 2024 boules, De combien d'étages ? Quel est le nombre tétraédrique suivant ? Comment répondre à ces questions en quelques secondes avec un tableur ?

Où on laisse un parallélogramme au hasard : (adaptable à tous niveaux)
Prendre 4 points tels que 3 quelconques d'entre eux ne soient pas alignés, puis tracer le quadrilatère.
On le prendra convexe, Tracer les milieux des 4 côtes et raccorder les...
Vous venez de tracer un parallélogramme au hasard.
Une petite preuve ?

Où l'on baisse d'un ton : (adaptable en terminale)
Prendre un tétraèdre quelconque ABCD, soit 4 points non coplanaires.
Soient M, N, P et Q les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].
MNPQ sont-ils coplanaires ?
Les milieux de toutes les arêtes sont-ils coplanaires ?

Où l'on compare avec le vélo : (du bac + 6 mois… pour ne pas oublier)
Les maths, c'est comme le vélo : si tu en as déjà fait, tu sais en faire, mais si tu n'en a pas fait depuis longtemps, ça peut faire mal au c.... crâne .
La somme de Césaro associée à une suite est la moyenne (arithmétique) de ses premiers termes :
Keskidi 1 ?

Le lemme de Césaro nous dit que cette somme a plus de chances de converger que la suite, et que si elles convergent toutes les deux, c'est vers la même limite.
Keskidi 2 ?

Démontrer le lemme de Césaro. (ça pique...)

Plus facile : convergence en moyenne : (faisable en première et terminale)
La somme des $(-1)^n$ prend successivement les valeurs 0 et 1.
Il n'est donc pas possible d'associer une valeur à la somme infinie des $(-1)^n$.
Mais en moyenne ? Si on commence à n=0 ? À n=1 ?
Appliquer la somme de Césaro.

Où l'on prend un raccourci : (et quelques chemins verglacés)
En notant A cette somme infinie, on remarque que A=1-1+1-1+1...=1+(-1+1-1+1...)=1-A,
d'où 2A=1 et on retrouve A=1/2.

Où l'on joue au GNIQ :
Considérons la dernière méthode et ada(o)ptons la ;
Soit B=1-2+3-4...
Alors B-A=1-1 -2+1 +3-1 -4+1 +5-1...= -1+2-3+4...= -B
D'où B-A=-B soit 2B=A donc B=1/4, Pourquoi pas ?

Encore un petit coup ? Soit C= 1+2+3+4+5...
Calculons C-B = 1-1 +2+2 +3-3 +4+4+ 5-5 +6+6...= 4+8+12+...= 4(1+2+3...)= 4C
Donc C-B = 4C soit -3C= B(=1/4) et finalement C = -1/12.
Nous venons donc de prouver que la somme de tous les entiers naturels vaut -1/12.
Qu'est ce que le GNIQ ?