

Un cas particulier du Théorème de Ramsey

Énoncé : Si un ascenseur contient exactement 6 personnes, alors il y a au moins 3 personnes qui se connaissent ou 3 personnes qui ne se connaissent pas

Démonstration :

Modélisons la situation à l'aide d'un graphe bicolore.

Chaque sommet représente une personne, les arêtes bleues relient 2 personnes se connaissant et les arêtes rouges relient 2 personnes ne se connaissant pas.

En partant d'un premier sommet nommé B, il y a au moins trois arêtes bleues ou au moins trois arêtes rouges. Supposons qu'il y ait trois arêtes bleues, reliant trois sommets que nous notons F, G et D

Disjonction de cas :

Si l'arête FG est bleue alors le théorème est démontré (B, F et G se connaissent)

Si l'arête FG est rouge alors

Si l'arête GD est bleue alors le théorème est démontré (B, G et D se connaissent)

Si l'arête GD est rouge alors

Si l'arête FD est bleue alors le théorème est démontré (B, F et D se connaissent)

Si l'arête FD est rouge alors le théorème est démontré (F, G et D ne se connaissent pas)

